Section 012 응력 및 변형률

1. 응력 및 변형률의 개념

- (1) 응력 : 외력에 의해 발생하는 물체내의 단위 면적당 저항력(내력)
- ① 수직응력(Normal Stress)

물체의 단면에 수직으로 작용하는 하중에 의해 발생하는 응력으로 법선응력이라고도 하며 인장응력과 압축응력이 있다.

$$\sigma = \frac{P}{A}$$
 로 나타낸다.

② 전단응력(Shearing Stress)

물체에 작용하는 전단하중에 의해 전단면의 접선방향으로 발생하는 응력으로 접선응력이라고도 한다.

$$\tau = \frac{P}{A}$$
 로 나타낸다.

- (2) 변형률 : 하중에 의해 발생한 변형량을 원래의 양으로 나누어 결정하는 값.
- ① 세로변형률(종변형률, ε)

$$\epsilon = rac{L' - L}{L} = rac{\delta}{L}$$
 로 나타내며 δ 는 세로변형량(종변형량)이다.

② 가로변형률(횡변형률, ϵ)

$$\epsilon$$
'= $\frac{d'-d}{d}$ = $\frac{\delta'}{d}$ 로 나타내며 δ' 는 가로변형량(횡변형량)이다.

③ 전단변형률 (γ)

$$\gamma=rac{\delta_s}{L}= an\phipprox\phi[rad]$$
 로 나타내며 δ_s 는 전단변형량, ϕ 는 전단각이다.

④ 프와송비(Poisson's ratio)

가로변형률과 세로변형률의 비이다.

$$\mu = \frac{1}{m} = \frac{\epsilon'}{\epsilon}$$
 이며 μ 는 프와송비, m은 프와송 수이다.

⑤ 면적변형률과 체적변형률

$$- \epsilon_A = \frac{\Delta A}{A} = 2\mu\epsilon$$

- 모든 방향에서 동일 하중이 작용할 때 $\epsilon_{\it V} = \frac{\Delta \it V}{\it V} = \pm 3\epsilon$
- 균일 단면봉에 인장하중이 작용할 때 $\epsilon_{\it V} = \epsilon (1-2\mu)$
- ⑥ 후크의 법칙(Hook's law)

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (E : 종탄성계수)$$

- 종변형량
$$\delta = L \bullet \epsilon = L \frac{\sigma}{E} = \frac{PL}{AE}$$

- 횡변형량
$$\delta'=d$$
 • $\epsilon'=d\frac{\epsilon}{m}=\frac{d\sigma}{mE}$

$$-\tau = G \cdot \gamma (G : 횡탄성계수)$$

- 횡탄성계수와 종탄성계수의 관계
$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} = \frac{mE}{2(m+1)}$$

- 체적탄성계수
$$\sigma_V = K \bullet \epsilon_V$$
, $K = \frac{E}{3(1-2\mu)} = \frac{mE}{3(m-2)}$

- (3) 허용응력과 안전율
- ① 허용응력 : 변화가 없는 최대한의 응력. (넘어서면 파괴 및 소성작용이 일어남)

② 안전율 :
$$S = \frac{\sigma_u}{\sigma_a}$$
 $(\sigma_u$: 사용응력, σ_a : 허용응력)

- ③ 사용응력 < 허용응력 < 탄성한도
- (4) 응력집중 : 결함이 있는 곳에 응력이 집중되어 큰 응력이 발생하는 현상

- 응력집중계수
$$lpha_k = rac{\sigma_{ exttt{max}}}{\sigma_{mean}}$$

(5) 직렬과 병렬

- 직렬 :
$$\sigma_1 = \frac{P}{A_1}, \sigma_2 = \frac{P}{A_2}, \delta = \frac{PL_1}{A_1E_1} + \frac{PL_2}{A_2E_2}$$

- 병렬 :
$$P = \sigma_1 A_1 + \sigma_2 A_2$$
, $\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{\sigma_1}{E_1} = \frac{\sigma_2}{E_2}$, $\sigma_1 = \frac{PE_1}{A_1 E_1 + A_2 E_2}$, $\sigma_2 = \frac{PE_2}{A_1 E_1 + A_2 E_2}$
$$\delta = L \frac{\sigma_1}{E_1} = \frac{PL}{A_1 E_1 + A_2 E_2}$$

- (6) 자중상태
- 자중만 있는 경우

$$\sigma = \int_0^L \gamma dx = \gamma L, \delta = \int_0^L \frac{\gamma x}{E} dx = \frac{\gamma L^2}{2E} \ (\gamma : 비중량, N/m^3)$$

- 자중과 하중이 모두 있으면 위의 식에 기본 공식을 더한다. $(\sigma = \frac{P}{A}, \delta = \frac{PL}{AE})$
- 자중만 고려했을 때 원추형 봉 : 균일단면봉의 값에 1/3을 곱해준다.
- (7) 열응력 : 응력은 봉의 양단이 모두 고정된 경우에만 발생한다.

$$\epsilon = \alpha \cdot \Delta t, \, \delta = L \cdot \alpha \cdot \Delta t, \, \sigma = E \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

(8) 탄성에너지

$$U = \frac{1}{2}P\delta$$

- ① 수직하중(수직응력) 상태 : $U = \frac{1}{2}P\delta = \frac{\sigma^2}{2E}V$ [J]
- 레질리언스 계수(단위체적당 탄성에너지, 탄성에너지 계수) : $u=\frac{U}{V}=\frac{\sigma^2}{2E}$ [N/㎡]
- ② 전단하중(전단응력) 상태 : $U=\frac{1}{2}P\delta=\frac{\tau^2}{2G}V$ [J]
- 레질리언스계수 : $u = \frac{\tau^2}{2G}$

(9) 충격응력과 변형량 : 플랜지가 부착된 봉에 추를 떨어뜨림 - 위치에너지를 이용한다.

$$\sigma_0 = \frac{W}{A}, \delta_0 = \frac{WL}{AE}$$
, h : 추의 낙하높이

① 충격응력
$$\sigma = \sigma_0 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_0}}\right)$$

② 충격변형량
$$\delta = \delta_0 (1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_0}})$$

- ③ 갑자기 놓으면 $h \approx 0$ 이 되어 $\sigma = 2\sigma_0, \delta = \delta_0$ 이 된다.
- (10) 내압을 받는 얇은 원통
- ① 원주응력(후프응력)

$$P \cdot DL = \sigma_t \cdot 2tL$$
, $\sigma_t = \frac{PD}{2t}$, 판의 두께 $t = \frac{PD}{2\sigma_s n} + C (\eta : 0)$ 음효율, C : 부식여유)

② 축응력

$$P \bullet \frac{\pi D^2}{4} = \sigma_z \bullet \pi Dt, \, \sigma_z = \frac{PD}{4t}$$

(11) 얇은 회전 원판에서의 후프응력

① 원주속도
$$V = Rw = \frac{\pi DN}{60}$$
, $w = \frac{2\pi N}{60}$

② 후프응력

$$F_n = ma_n = \frac{W}{a}Rw^2 = \frac{\gamma t}{a}Rw^2$$
 (W : 단위 폭당 중량 N/㎡, F_n : 단위 폭당 원심력)

$$\sigma_t = \frac{F_n D}{2t} = \frac{\gamma}{q} R^2 w^2 = \frac{\gamma V^2}{q}$$

(12) 응력-변형률 선도 : 인장시험

- 비례한도, 탄성한도, 상·하항복점, 극한강도, 파괴강도 등을 알 수 있다.
- 하항복점과 극한강도를 항복점이라고 부른다.

2. 기출문제

2003 조선기사

1. 코일 스프링이 600N의 힘이 작용되어 0.03m의 변형을 일으켰다. 이 때 이 스프링에 저장된 탄성에너지는?

가. 18*N* • *m* 나. 6*N* • *m* 다. 9*N* • *m* 라. 12*N* • *m*

해설 :
$$U = \frac{1}{2}P\delta = \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot 0.03 = 9$$

2003 조선기사

2. 입방체가 그 표면에 외부로부터 균일한 압력 P를 받고 있을 때, 체적 변화율을 표현한 식은?

가.
$$\frac{-3(1-\mu)P}{2E}$$
 나. $\frac{-2(1-2\mu)P}{E}$ 다. $\frac{-3(1-2\mu)P}{E}$ 라. $\frac{-3(1-\mu)P}{E}$

2003 조선기사

3. 지름이 d이고 길이가 L인 환봉이 있다. 이 환봉에 압축하중 P가 작용하여 지름이 d_0 로 변했다면, 환봉 재료의 포아송비는 어떻게 표현되는가? (단. 환봉의 탄성계수는 E이다.)

가.
$$\frac{\pi E d(d_0 - d)}{P}$$
 나. $\frac{\pi E d(d_0 - d)}{2P}$ 다. $\frac{\pi E d(d_0 - d)}{4P}$ 라. $\frac{\pi E d^2(d_0 - d)}{P}$

2003 조선기사

4. 그림과 같은 복합 막대가 각각 단면적 $A_{AB}=100\,mm^2, A_{BC}=200\,mm^2$ 을 갖는 두 부분 AB와 BC로 되어있다. 막대가 100 kN의 인장하중을 받을 때 총 신장량을 구하면? (단, 재료의 탄성계수(E)는 200 GPa이다.)

해설 :
$$\delta = \frac{PL_{AB}}{A_{AB}E} + \frac{PL_{BC}}{A_{BC}E} = 0.004\,m = 4mm$$

5. 재료시험에서 연강재료의 탄성계수 E=210GPa를 얻었을 때 포아송 비가 0.303이면 이 재료의 전단 탄성계수 G는 몇 GPa인가?

가. 8.05 나. 10.5 다. 35 라. 80.5

해설 : $G = \frac{E}{2(1+\mu)} = 80.583$

2003 조선기사

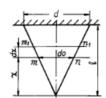
6. 그림과 같이 원추형 봉이 연직으로 매달려 있다. 길이 l, 고정단의 직경 d, 비중량이 γ 인 경우 봉의 자중에 의한 신장량은?

가. $\frac{\gamma l^2}{6E}$

나. $\frac{\gamma l^2}{5E}$

다. $\frac{\gamma l^2}{4E}$

라. $\frac{\gamma l^2}{3E}$



해설 : $\delta = \frac{1}{3} \int_0^l \frac{\gamma x}{E} dx = \frac{\gamma l^2}{6E}$

2002 조선산업기사

7. 코일스프링에 60N의 힘을 작용시켰더니 2.7cm 줄었다. 이 때 스프링에 저장된 탄성에 너지는 몇 $N \cdot cm$ 인가?

가. 162 나. 81 다. 73 라. 92

2002 조선산업기사

8. 운동량의 단위는?

가. $kgf \cdot \sec^2/m$ 나. $kgf \cdot m/\sec$ 다. $kgf \cdot \sec$ 라. kgf

9. 길이가 60cm이고 단면이 1cm x 1cm인 알루미늄 봉에 인장하중 P=10kN이 걸리면 인 장하중에 의해 늘어난 길이는?

(단. 알루미늄의 E=20GPa)

가. 1.5mm 나. 3mm 다. 6mm 라. 2mm

해설 : $\sigma = \frac{P}{4} = E \cdot \frac{\delta}{l}, \delta = 0.003 m = 3mm$

2004 조선기사

10. 지름 30mm의 원형 단면이며, 길이 1.5m인 봉에 85kN의 축방향 하중이 작용된다. 탄 성계수 E=70GPa, 프와송비 ν = 1/3일 때, 체적증가량의 근사값은 몇 mm^3 인가?

가. 30

나. 60 나. 300 라. 600

해설 : $\Delta V = V \cdot \epsilon_V = Al \cdot \epsilon (1 - 2\nu) = Al \frac{P}{AE} (1 - 2\nu) = 6.07 \cdot 10^{-7} m^3 \simeq 600 \, mm^3$

2004 조선기사

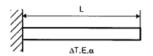
11. 다음과 같은 부재의 온도를 ΔT 만큼 증가시켰을 때, 부재 내에 발생하는 응력은?

가. 0

나. $\alpha \Delta T$

다. $E\alpha\Delta T$

라. $\frac{\Delta TL}{AE}$



해설 : 외팔보이기 때문에 응력은 발생하지 않는다.

2004 조선기사

12. 지름 6mm인 강철선 150m가 수직으로 매달려 있을 때 자중에 의한 처짐량은 몇 mm 인가?

(단, E = 200GPa, 강철선의 비중량은 7.7 • $10^4 N/m^3$)

가. 3.02 나. 3.17 다. 3.58 라. 4.33

해설 : $\delta = \int_0^l \frac{\gamma x}{E} dx = \frac{\gamma l^2}{2E} = 0.00433 \, m = 4.33 mm$

13. 다음과 같이 하중 P가 작용할 때 스프링의 변위 δ 는?

(이 때 스프링 상수는 k이다.)

$$\exists 1. \ \delta = \frac{(a+b)}{bk} P$$

$$\text{L+. } \delta = \frac{(a+b)}{ak}P$$

$$\text{Ct. } \delta = \frac{ak}{(a+b)}P$$

라.
$$\delta = \frac{bk}{(a+b)}P$$

해설 :
$$(a+b)P = ak\delta$$
, $\delta = \frac{(a+b)}{ak}P$

2004 조선기사

14. 길이가 50mm인 원형단면의 철강재료를 인장하였더니 길이가 54mm로 신장되었다.

이 재료의 변형률은?

해설 :
$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{4}{50} = 0.08$$

2004 조선기사

15. 다음 중 체적계수(bulk modulus)를 나타낸 식은?

(단, E는 탄성계수, G는 전단탄성계수, ν 는 포아송비이다.)

가.
$$\frac{E}{3(1-2\nu)}$$
 나. $\frac{E}{2(1+\nu)}$ 다. $\frac{G}{2(1+\nu)}$ 라. $\frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{E}$

2009 조선기사

16. 지름 d=20cm, 길이 L=40cm인 콘크리트 원통에 압축하중 P=20kN이 작용하여 지름이 0.0006cm만큼 늘어나고 길이는 0.0057cm만큼 줄어들었을 때, 포아송 비는?

가. 0.021 나. 0.088 다. 0.21 라. 0.88

해설 :
$$\mu = \frac{\frac{0.0006}{20}}{\frac{0.0057}{40}} = 0.21$$

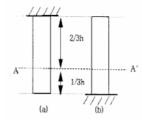
17. 직경, 재질, 길이가 동일한 2개의 강재 원형봉이 윗면(a), 아래면(b)에서 자중이 각각 지지되고 있다. 단면 A-A'에 작용하는 평균 수직응력은 (a), (b)에서 각각 σ_a, σ_b 이다. $\frac{|\sigma_a|}{|\sigma_c|}$ 의 값은?



나. 1/2

다. 2

라. 3



해설 : (a)는 1/3h만큼 인장응력이. (b)는 2/3h만큼의 압축응력이 실리므로 1/2가 된다.

2009 조선기사

18. 17℃에서 20MPa의 인장 응력을 받도록 봉의 양단을 고정한 후 7℃로 냉각시켰을 경 우 응력은 몇 MPa인가?

(단, 탄성계수 E=210 GPa, 선팽창계수 $\alpha = 11.3 \cdot 10^{-6}/ \circ$)

가. 3.73 나. 7.46 다. 23.73 라. 43.73

해설 : $\sigma = E \alpha \Delta T = 23.73 MPa$ 이므로 기존의 20Mpa와 더하면 43.73Mpa가 된다.

2009 조선기사

19. 두께 8mm의 강판으로 만든 안지름 40cm의 얇은 원통에 1MPa의 내압이 작용할 때 강판에 발생하는 후프 응력(원주 응력)은 몇 MPa인가?

가. 25 나. 20 다. 15 라. 50

해설 : $\sigma_t = \frac{PD}{2t} = 25$

2009 조선기사

20. 그림과 같이 강선이 천정에 매달려 100kN의 무게를 지탱하고 있을 때. AC 강선이 받 고 있는 힘은 약 몇 kN인가?

가. 30

나. 40 <u>다. 50</u> 라. 60

해설 : 라미의 정리를 이용하면 $\frac{100kN}{\sin 90^\circ} = \frac{T_{AC}}{\sin 150^\circ}, T_{AC} = 50kN$

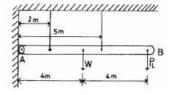
21. 그림과 같은 강체 구조물을 지지하고 있는 강선의 지름은 2.5mm이고, 허용응력 σ_a =260 MPa이다. 이 때 W=1000N이 AB의 중앙에 위치하고 있을 때 자유단 B에 걸 수 있는 최대하중 P_L 은 몇 N인가?

가. 593

나. 616

다. 649

라. 692



해설 : $\sum M_A = -2\sigma_1 A + 4W - 5\sigma_2 A + 8P_L = 0$, $P_L = 616N$ $(\sigma_1 = \sigma_2 = 260 MPa)$

$$(\sigma_1 = \sigma_2 = 260 \, MPa)$$

2006 조선산업기사

22. 지름이 10cm이고, 길이가 1m인 연강복이 인장하중을 받고 0.5mm 늘어났다. 이봉에 축적된 탄성 에너지는 몇 N*m 인가? (단, 탄성계수 E = 210 GPa 이다.)

가. 56.3 나. 102.4 다. 206.2 라. 312.7

해설 :
$$U=\frac{1}{2}P\delta=\frac{E\epsilon^2}{2}Al=206\,N$$
 • m

2006 조선산업기사

23. 탄소강의 인장시험에 의한 응력-변형률 선도로부터 알 수 있는 재료의 기계적 성질은?

가. 비례한도, 항복점, 극한강도

나. 비례한도, 처짐, 항복점

다. 비례한도, 극한강도, 처짐

라. 비례한도, 처짐, 탄성계수

2003 조선산업기사

24. 길이 10m, 단면적 10㎡의 철강봉을 50kN으로 인장하여 0.25때늘어났다. 이 재료의 탄성계수 E는 몇 GPa인가?

가. 210 나. 200 다. 215 라. 220

해설 :
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{Pl}{A \Lambda l} = 200 \ GPa$$

2003 조선산업기사

25. 곧은 봉에 축 하중을 주었을 때 포아송 비(Poisson's ratio)의 정의로 옳은 것은?

가. $\frac{\dot{\pi}(8)$ 방향의들어난량 가로(횡)방향의수축량 나. $\frac{\dot{\pi}(8)$ 방향의변형률 가로(횡)방향의변형률

다. <u>가로(횡)</u>방향의 수축량 축(종)방향의 늘어난 량 라. <u>가로(횡)</u>방향의 변형률

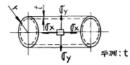
26. 그림의 얇은 용기가 균일 내압을 받고 있으며, 축 방향의 응력을 σ_x , 원주(圓周) 방향의 응력을 σ_{y} 라고 할 때 σ_{x}/σ_{y} 의 값으로 옳은 것은? (단, 용기원통의 반지름은 r이다.)

가. 1/2

나. 2

다. 4

라. 1/4



해설 : 이 장의 공식에서 보면 답이 바로 나온다. 축방향의 응력이 원주응력의 1/2이다.

2004 조선기사

27. 다음 그림과 같은 균일 단면환봉이 축방향에 하중을 받고 평형이 되어 있다. Q=3P가 되려면 W는 얼마인가?

가. $W=\frac{2}{3}P$

나. W=3P

다. $W = \frac{P}{3}$

해설 : 양면 고정단이 아니므로 x축방향의 힘의 평형을 이용하면 Q=P+3w=3P가 된다.

2002 조선산업기사

28. 안지름이 180cm, 두께가 15mm인 원통형 보일러 용기 안의 압력이 1MPa일 때, 이 용기에 발생하는 최대 응력은 몇 MPa인가?

가. 30 나. 60 다. 300 라. 600

해설 : 원주응력이 축응력보다 크므로 구해보면 $\sigma_t = \frac{PD}{2t} = 60MPa$

2003 조선산업기사

29. 내압 3MPa, 안지름 100cm의 보일러 원통의 판두께는 몇mm인가? (단, 재료의 허용응력은 90MPa이고, 이음효율은 70%이다.)

가. 8 나. 16 다. 24 라. 32

해설 : $t = \frac{PD}{2\sigma_a \eta} = 24$

2003 조선산업기사

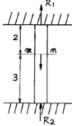
30. 그림과 같이 양단을 고정한 균일단면봉의 단면 m-n에 축하중 50kN이 작용할 때 양단에서의 반력비 R_1/R_2 는?



나. 1

다. 2.25

라. 1.22



해설 :
$$R_1 = \frac{3}{5}P, R_2 = \frac{2}{5}P$$
 이므로 $R_1/R_2 = 1.5$

2003 조선기사

31. 중공(中空)의 강실린더 안에 구리 원통이 들어있고 높이는 500mm로 동일하다. 강실린더의 단면적은 2000㎡이고 구리 원통의 단면적은 5000㎡이다. 구리 원통이 모든 하중을받게 하기 위해 필요한 온도상승은 최소 몇 ℃인가?

(단, 하중은 200kN이며, 하중을 받는 판은 변형하지 않는다. 구리 E=120GN/㎡,

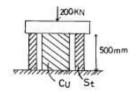
 $\alpha = 20 \cdot 10^{-6} / \text{°C}$, $E = 200 \text{GN/m}^2$, $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} / \text{°C}$)

가. 38

나. 40

다. 42

라. 45



해설 :
$$P = \sigma A_{cu} = E_{cu} \cdot A_{cu} (\alpha_{cu} - \alpha_{fe}) \Delta T$$
, $\Delta T = 42$

2004 조선산업기사

32. 재료의 기계적 성질을 나타내는 것 중에는 탄성한도, 변형률, 극한강도 등이 있다. 이러한 성질들을 알기 위한 재료시험으로 가장 적합한 것은?

가. 압축시험 나. 인장시험 다. 피로시험 라. 충격시험

해설 : 인장시험으로 구한 응력-변형률 선도에서 모두 알 수 있다.

2009 조선기사

33. 피로 한도(fatigue limit)와 가장 관계가 깊은 하중은?

가. 충격 하중 나. 정 하중 다. 반복 하중 라. 수직 하중

해설 : 피로 한도는 무한 횟수만큼 반복시켜 파괴가 일어나는 응력값이다.

34. 재료의 피로한도는 무한 횟수만큼 작용시켜야 파괴가 일어나는 응력값이다. 구조용 강 재의 피로한도에 가장 큰 영향을 미치는 재료의 물리적 특성은?

가. 강성

나. 비례한계

다. 탄성한계 라. 최후강도

해설 : 무한반복이므로 마지막에 파괴되는 값이 중요하다. 비례한계와 탄성한계는 인장시 험의 응력-변형률 선도에서 알 수 있다.

2004 조선산업기사

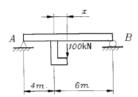
35. 그림과 같은 단순보에서 A지점의 반력이 50 kN이 되기 위해서는 x는 몇 m인가?

가. 0.5

나. 1

다. 1.5

라. 2



해설 : $\sum M_B = 0$; $10R_A = (6-x)100$ 에서 $R_A = 50kN$ 이면 x = 1m이다.

2006 조선산업기사

36. 다음 그림에서 중앙지점(D점)의 굽힘 모멘트는 N*m 인가?

가. 100 나. 200 다. 300 라. 400

(그림 = 단순지지보 길이 4m 왼쪽 끝단 A, 오른쪽 끝단 B, 정중앙 D A 지점에서 1m 떨어진 지점 C에 집중하중 400N 작용)

해설 : $\sum M_A = 400 - 4R_B = 0$, $R_B = 100N$, $\sum M_D = 2R_B = 200N$